Definizione di derivata

Derivata in un punto

Sia (a, b) un intervallo e sia $f : (a, b) \to I\!R$. Sia infine $x_0 \in]a, b[$. Se il limite

$$\lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

esiste finito, ed è uguale a ℓ, diciamo che f **è derivabile in** x_0 e la sua derivata (in x_0) vale ℓ

Notiamo che la quantità ℓ ha, in generale, dimensioni fisiche diverse sia dalle x che dalle f. Essa va pertanto considerata su una scala diversa.

Dervata destra in un punto

Sia $[a, b)$ un intervallo e sia $f : [a, b) \to I\!R$. Sia infine $x_0 \in [a, b[$ Se il limite

$$\lim_{x \to x_0+} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

esiste finito, ed è uguale a ℓ, diciamo che f **è derivabile a destra in** x_0 e la sua derivata destra (in x_0) vale ℓ

Dervata sinistra in un punto

Sia $(a, b]$ un intervallo e sia $f : (a, b] \to I\!R$. Sia infine $x_0 \in]a, b]$ Se il limite

$$\lim_{x \to x_0-} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

esiste finito, ed è uguale a ℓ, diciamo che f **è derivabile a sinistra in** x_0 e la sua derivata sinistra (in x_0) vale ℓ

Derivabilità in un intervallo aperto

Sia $]a, b[$ un intervallo aperto e sia $f :]a, b[\to I\!R$. Diciamo che f **è derivabile in** $]a, b[$ se

$$\forall x_0 \in]a, b[\quad f \text{ è derivabile in } x_0$$

Derivabilità in un intervallo chiuso

Sia $[a, b]$ un intervallo chiuso e sia $f : [a, b] \to I\!R$. Diciamo che f **è derivabile in** $[a, b]$ se

$$f \text{ è derivabile in }]a, b[\quad e \ f \text{ è derivabile a destra in } a \quad e \ f \text{ è derivabile a sinistra in } b$$

La funzione derivata

Sia $]a, b[$ un intervallo aperto, e sia $f :]a, b[\to I\!R$. Se la funzione f è derivabile in $]a, b[$ possiamo considerare la funzione che ad ogni x_0 di $]a, b[$ associa la derivata di f in x_0. Tale funzione viene detta funzione derivata di f. Tale funzione viene più spesso indicata con $f'(x)$. Si ha cioè, per ogni x di]a,b[:

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$