

FACOLTÀ DI INGEGNERIA. ESAMI DI ANALISI MATEMATICA 1.

(Ingegneria Edile-Architettura)

A.A. 2006/20057. DOCENTE : F. BREZZI.

L'esame è costituito da una prova scritta (o, in alternativa, da due prove scritte in itinere) e da una prova orale.

La prova orale va sostenuta nei giorni successivi al giorno della prova scritta (o della II prova scritta in itinere), secondo un calendario che verrà concordato fra la Commissione giudicatrice e gli Studenti. **Il ritiro, durante una qualunque delle prove d'esame, equivale al non superamento dell'esame stesso.** Durante le prove d'esame, non è consentito l'uso nè di libri, nè di appunti, nè di calcolatrici tascabili, nè di telefoni cellulari.

Struttura delle prove scritte in itinere.

I prova scritta in itinere.

Viene svolta verso la metà del corso, è costituita da 8 esercizi "a risposta aperta" ed ha la durata di 1 ora e 20 minuti.

La prova è superata (e lo Studente è ammesso a sostenere la II prova scritta in itinere), se **ALMENO** 4 risultati sono esatti.

Per ciascuno degli esercizi verrà assegnato: 1 punto, se il risultato è esatto; 0 punti, se il risultato è sbagliato o non è dato. Viene così determinato il punteggio totale conseguito nella I prova scritta in itinere.

II prova scritta in itinere.

Viene svolta dopo la fine del corso, è costituita da 8 esercizi "a risposta aperta" ed ha la durata di 1 ora e 20 minuti.

Per ciascuno degli esercizi : 2 punti, se il risultato è esatto; 0 punti, se il risultato è sbagliato o non è dato. Viene così determinato il punteggio totale conseguito nella II prova scritta in itinere.

La prova è superata e lo Studente è ammesso a sostenere la prova orale, se la **SOMMA** dei punteggi totali conseguiti nelle due prove scritte in itinere è **MAGGIORE O UGUALE DI 17 PUNTI**.

Struttura delle altre prove scritte, relative agli appelli d'esame programmati a febbraio, a giugno e a settembre.

La prima parte dell'esame consiste nel **capire che bisogna iscriversi, almeno una settimana prima, alla prova stessa.** I fogli delle iscrizioni sono al Dipartimento di Matematica. Il cognome ed il nome del candidato vanno scritti in stampatello. Non è richiesta la firma (quindi si può chiedere di essere iscritti ad un compagno, o ad un amico qualsiasi). Assicurarsi che il cognome e il nome vengano messi sui fogli giusti: Facoltà di Ingegneria, Prova scritta di Analisi Matematica 1, prof. F. Brezzi. Non è difficile: **so che potete farcela.**

La prova è costituita da 12 esercizi "a risposta aperta" ed ha la durata di 2 ore.

Per ciascuno degli esercizi : 2 punti, se il risultato è esatto; 0 punti, se il risultato è sbagliato o non è dato. Viene così determinato il punteggio totale conseguito nella prova.

La prova è superata e lo Studente è ammesso a sostenere la prova orale, se il PUNTEGGIO TOTALE così conseguito è MAGGIORE O UGUALE DI 18 PUNTI (cioè se i risultati esatti sono ALMENO 9).

Si ricorda anche che **NON sono ammessi** a sostenere la prova scritta relativa al I appello di Gennaio-Febbraio gli Studenti che si sono presentati alla II prova scritta in itinere (nella mattina dello stesso giorno).

Struttura della prova orale.

Il punteggio totale conseguito nella prova scritta (o, in alternativa, la somma dei punteggi totali conseguiti nelle due prove scritte in itinere) concorre, con il tipo di prova orale prescelto dallo Studente, alla determinazione del voto finale dell'esame. Al momento della compilazione del calendario delle prove orali, lo Studente sceglie il tipo di prova orale che vuole sostenere, fra le tre seguenti possibilità.

a) Prova orale di livello base.

Consiste solo nella risoluzione di uno o due esercizi di tipo molto elementare, del tipo di quelli normalmente inseriti nelle prove scritte.

Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare 22/30, nè potrà superare di più di 3 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.

b) Prova orale di livello medio.

Oltre che saper risolvere esercizi di tipo elementare, lo Studente deve conoscere alcune definizioni, enunciati e dimostrazioni, come da elenco successivo (v. sotto).

Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare 26/30, nè potrà superare di più di 7 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.

c) Prova orale di livello elevato.

Oltre a quanto richiesto per la prova orale di livello medio, lo Studente deve conoscere gli ulteriori argomenti come da elenco successivo (v. sotto); inoltre, deve saper discutere esercizi ed esempi di tipo meno elementare.

Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare di più di 10 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.

Definizioni, enunciati e dimostrazioni per le prove orali.

Premessa.

Per comodità degli Studenti, si riporta, accanto ai teoremi successivamente indicati, il riferimento al libro di testo consigliato (C. CANUTO–A. TABACCO, *Analisi Matematica I*, Springer, Milano, 2003), che verrà qui citato come *CT*. I “Complementi in rete” sono nel sito http://calvino.polito.it/canuto-tabacco/analisi_1/top.htm. **Ovviamente**, vanno comunque bene anche dimostrazioni alternative (purché corrette!) degli stessi teoremi.

Per la prova orale di livello medio.

Le definizioni e gli enunciati seguenti sono da conoscere a livello operativo: lo Studente deve mostrare di riconoscere la locuzione (per le definizioni) o la proprietà (per gli enunciati) e di saperli utilizzare in semplici ragionamenti. Alcuni di questi, scritti in **neretto**, vanno conosciuti anche **a livello formale**: lo Studente deve essere in grado di scrivere la definizione o l'enunciato in linguaggio matematicamente corretto, con l'uso appropriato dei relativi quantificatori. Le dimostrazioni dei teoremi vanno invece, ovviamente, sapute tutte con il necessario rigore formale.

Definizioni.

- **maggiorante, minorante, estremo superiore, estremo inferiore;**
- funzione, **funzione limitata, funzione monotona (nei vari casi);** funzione pari, dispari, periodica, convessa, concava; funzione composta; funzione inversa;
- **successione, successione convergente o divergente o oscillante;**
- **successione monotona crescente o decrescente;**
- **limite di una funzione (nei vari casi);** **funzione continua in un punto o in un intervallo;**
- **derivata di una funzione;** derivate di ordine superiore;
- **massimi e minimi (assoluti o relativi) delle funzioni reali;**
- **Integrale di una funzione continua su un intervallo chiuso;**
- **integrabilità delle funzioni limitate** integrale definito; primitiva (o antiderivata) di una funzione.
- **Successione**, (limitata, monotona, convergente) .
- **Somme parziali di una serie, serie convergente, serie assolutamente convergente, serie semplicemente convergente .**
- **Polinomio di Taylor o di Mac Laurin.**

Enunciati.

- Regole per il calcolo dei limiti; **teorema dei carabinieri** ;
- Regole per il calcolo delle derivate (comprese funzione composta e funzione inversa);
- Sviluppi accorciati: e^x , $\log(1+x)$, $\sin x$, $\cos x$, $\sinh x$, $\cosh x$, $1/(1-x)$ (**a memoria!**);
- **teorema della media** per gli integrali;
- Teorema di Leibniz sulle serie a termini di segno alternato.

Teoremi con dimostrazione.

- Permanenza del segno;
- Enunciato del Teorema degli zeri e dimostrazione del Teorema dei valori intermedi;
- Enunciato del Teorema di limitatezza e dimostrazione del Teorema dei *max* e *min*
- Continuità delle funzioni derivabili;
- Teorema di annullamento della derivata o di Fermat;
- Teorema di Rolle;
- Teorema del valor medio o di Lagrange;
- Teorema fondamentale del calcolo integrale ;
- Teorema della convergenza assoluta;
- Criterio del confronto (versione base);

Per la prova orale di livello elevato.

Oltre a quanto richiesto per la prova orale di livello medio, lo studente dovrà conoscere:

Enunciati e Definizioni

- il concetto di **sottosuccessione** (di una successione data) e l'enunciato del teorema di Bolzano-Weierstraß (N.B. per la Lode è gradita anche la dimostrazione);
- il concetto di **funzione uniformemente continua** in un intervallo;

Enunciati e dimostrazioni dei teoremi seguenti.

- Teorema fondamentale delle successioni monotone;
- Lemma di commutazione;
- Lemma della montagnetta;
- Teorema di limitatezza o di Weierstraß;
- Teorema di esistenza degli zeri o di Bolzano;
- Teorema di Heine-Cantor o della continuità uniforme ;
- Teorema di integrabilità delle funzioni continue;

N.B. *Per chi studia su altri testi , diciamo che il candidato deve conoscere il percorso dalla definizione di funzione continua*

- *alla dimostrazione del fatto che l'immagine (attraverso una funzione continua) di un intervallo chiuso e limitato è un intervallo chiuso e limitato*
- *alla dimostrazione della integrabilità (secondo Cauchy-Riemann) delle funzioni continue su intervalli chiusi e limitati*