

Autorizzo       Non autorizzo      la pubblicazione *online* del voto.

<b>A N A L I S I C</b> Appello del 26/11/2010	COGNOME e Nome	firma
--	----------------	-------

1. Sia  $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x, y) = 2x^4 + y^2.$$

Determinare tutti i punti critici della funzione  $f$  e classificarli.

Determinare il valore massimo e il valore minimo assoluto della funzione  $f$  nel dominio chiuso e limitato  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : -\sqrt{1-x^2} \leq y \leq 1-x^2\}$ .

---

2. Classificare l'equazione differenziale

$$y'(x) = \frac{y^2(x) - 1}{x}$$

e determinarne l'integrale generale (precisando il dominio di ogni soluzione).

---

3. Determinare l'integrale generale del seguente sistema di equazioni differenziali:

$$\begin{cases} y'(x) = y(x) + 2z(x) \\ z'(x) = 5y(x) - 2z(x) \end{cases}$$

---

4. Definito il funzionale  $\Phi(y) = \int_0^\pi [(y'(x))^2 - 4(y(x))^2 + \cos(x)y(x)] dx$ ,  
determinare le sue linee estremali  $y \in C^2([0, \pi])$  soddisfacenti la condizione  $y(\pi) = 1$ .
- 

5. Si consideri l'equazione della corda elastica vibrante

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}(x, t) = \frac{1}{\pi^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, t),$$

dove  $u(x, t)$  rappresenta lo spostamento verticale all'istante  $t$  nel punto  $x$  della corda rispetto alla posizione di riposo  $u = 0$  (si suppone che in posizione di riposo la corda occupi il segmento  $[0, 3]$  dell'asse  $x$  orizzontale).

Determinare la posizione della corda in ogni istante  $t > 0$ , se le sue estremità sono libere di scorrere lungo le rette  $x = 0$  e  $x = 3$  e sapendo che all'istante iniziale  $t = 0$  la posizione della corda è descritta dalla funzione  $p_0(x) = \frac{1}{6} - \frac{1}{9}x$  e la velocità iniziale è nulla.

Discutere sia la convergenza della serie di Fourier che rappresenta la soluzione sia la regolarità della sua funzione somma (in ognuna delle due variabili  $x$  e  $t$ ).

---

6. Dare l'espressione della serie di Fourier con le funzioni esponenziali complesse, ed enunciare l'uguaglianza di Parseval.

<b>Tempo:</b> <b>2 <math>\frac{1}{2}</math> ore</b>	1. <input type="text"/>	2. <input type="text"/>	3. <input type="text"/>	4. <input type="text"/>	5. <input type="text"/>	6. <input type="text"/>	<b>TOT.</b> <input type="text"/>
--	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	----------------------------------