APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 2 DEL 7 SETTEMBRE 2012

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione $f(x,y) = \sin x + \sin y$ nel quadrato chiuso Q di vertici $O(0,0)$, $A(\pi,0)$, $B(\pi,\pi)$, $C(0,\pi)$.

2) Sia Σ la superficie cartesiana di equazione $z = x^2 - 4y$ con $(x,y) \in T$, dove $T = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 :\ 1 \le x^2 + y^2 \le 4,\ 0 \le y \le x\}$. Calcolare il valore dell'integrale di superficie

$$\int_\Sigma \frac{x^2 + y^2}{z + 4y}\, dS.$$

3) Determinare la soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 9y = -36 + 20e^{-x} \\ y(0) = 1, \quad y'(0) = 1. \end{cases}$$

4) Al variare di $\alpha \in \mathbf{R}$, determinare l'insieme di convergenza puntuale I della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{3^n (n!)^\alpha}$.

5) Si consideri $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, definita da

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{25y^6}{7x^3 + 5y^5} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

Usando la definizione, calcolare le derivate parziali di f nel punto $O(0,0)$.

6) Nel piano x,y si considerino i quadrilateri
1) Q_1 di vertici $A(3,0)$, $B(0,3)$, $C(-3,0)$, $D(0,-3)$,
2) Q_2 di vertici $A(6,0)$, $B(0,6)$, $C(-6,0)$, $D(0,-6)$, e sia $\Omega \equiv Q_2 \backslash Q_1$. Calcolare

$$\int_\Omega x^2\, dxdy.$$

7) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x,y) = \arctan(7(x-1)) - 7x^2 e^{-7y}$. Verificare che la superficie grafico di f ammette piano tangente nel punto $P(1,0,f(1,0))$ e calcolare, quindi, l'equazione di tale piano.

8) Dopo aver verificato che l'equazione

$$e^{3xy} - (1 - 2y^2)x^2 = 0$$

definisce implicitamente in un opportuno intorno di $P(-1,0)$ una e una sola funzione $y = g(x)$ tale che $g(-1) = 0$, tracciare un grafico qualitativo della g in un intorno di $(-1,0)$.