APPELLO DI ANALISI MATEMATICA 2 DEL 20 GIUGNO 2012

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione

$$f(x,y) = 2x + y$$

nel trapezio chiuso T di vertici $A(2,0)$, $B(1,2)$, $C(-1,2)$, $D(-2,0)$.

2) Sia Σ la superficie cartesiana di equazione $z = 3x - \sqrt{6}\,y + 2$ con $(x,y) \in T$, dove T è il triangolo di vertici $O(0,0)$, $A(-1,0)$, $B(1,1)$. Calcolare il valore dell'integrale di superficie

$$\int_{\Sigma} y^2 \, dS.$$

3) Determinare la soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y''' + 2y'' - 3y' = 9x^2 \\ y(0) = \dfrac{7}{2}, \quad y'(0) = -\dfrac{14}{3}, \quad y''(0) = -4. \end{cases}$$

4) Determinare l'insieme di convergenza I della serie di potenze $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x+1)^{2n}}{(n+2)}$.
Nello stesso insieme I, la serie converge anche uniformemente?

5) Si consideri $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$, definita da $f(x,y) = x^2 y$. Usando la definizione, calcolare le derivate parziali di f nel punto $P(2,3)$.

6) Calcolare

$$\int_l \sqrt{6x + y^2 + z^2}\, d\sigma_1,$$

dove l è la curva di equazioni parametriche $\mathbf{r}(t) = (\frac{3}{2}t^2, 2\sin t, 2\cos t)$ con $t \in [1,2]$. (Si ricordi che $d\sigma_1 = |\mathbf{r}'(t)|\, dt$).

7) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da $f(x,y) = \arctan(2x + 4y)$. Verificare che la superficie grafico di f ammette piano tangente nel punto $P(0, \frac{1}{4}, f(0, \frac{1}{4}))$ e calcolare, quindi, l'equazione di tale piano.

8) Dopo aver verificato che l'equazione

$$e^{-2xy} + xz^2 + y^2 z - 2 = 0$$

definisce implicitamente in un opportuno intorno di $P(0,-1)$ una e una sola funzione $z = g(x,y)$ tale che $g(0,-1) = 1$, calcolare
a) il gradiente di g nel punto $P(0,-1)$;
b) la derivata direzionale $\frac{\partial g}{\partial v}(0,-1)$, dove $v = (\frac{3}{5}, \frac{4}{5})$.