Analisi Matematica | III Appello | Cognome: ____________________
13/9/2018 | | Nome: ____________________

☐ In caso di esito sufficiente della prova scritta, chiedo di sostenere la prova orale facoltativa.

Per ognuna delle seguenti domande, verrà assegnato il punteggio indicato sulla destra in caso di risposta corretta, oppure 0 punti in caso di risposta sbagliata o non data. Si supera la prova scritta se il punteggio totale risulta ≥ 18 e se il punteggio della prima parte ≥ 12. Il tempo a disposizione è 3 ore.

PRIMA PARTE

1. Trovare l'area del più piccolo poligono convesso contenente tutte le radici z complesse dell'equazione: $(z-4)^3(z^2+16)^2 = 0$ ___16___ . [2 pt.]

2. Sia

$$l = \lim_{n\to\infty} \frac{1+\log(1+1/n) - e^{1/n}}{1/n^2}.$$

Allora ___-1___ . [2 pt.]

3. Sia $f(x) = \log(x) + \dfrac{x+1}{x}$. Allora la retta r tangente a f nel punto $x=1$ è tale che $r(3) =$ ___2___ . [2 pt.]

4. Sia dato l'integrale definito

$$I = \int_{-1/3}^{0} \frac{x+1}{(3x+2)^2}\, dx.$$

Allora $18I =$ ___$1 + 2\log 2$___ . [2 pt.]

5. Sia

$$f(x) = x^3 e^{-x}.$$

Allora il punto di massimo assoluto di f è $x_M =$ ___3___ . [2 pt.]

6. Sia $y(x)$ la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = y\cos x \,+\, \cos x \\ y(0) = 2\,. \end{cases}$$

Si determini $y(\pi) =$ ___2___ . [2 pt.]

7. Si consideri $f(x,y) = xe^{-(2x^2+2y^2)}$, $\forall\,(x,y)\in\mathbb{R}^2$. Determinare e classificare i punti stazionari della f; ___$P_M = (1/2, 0)$, $P_m = (-1/2, 0)$___ . [2 pt.]

8. Sia $z = g(x,y)$, $(x,y)\in\mathbb{R}^2$, l'equazione del piano tangente alla superficie S di equazione cartesiana $z = \arctan x \,+\, \arctan\frac{1}{y}$, $(x,y)\in\{y>0\}$, nel punto $(x_o, y_o, z_o) = (1,\,1,\,z(1,1))$ di S.
Allora $g(4,2) =$ ___$1 + \pi/2$___ . [2 pt.]

9. Dato l'arco Γ di equazioni parametriche $\begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = \sin^2 t \end{cases}$ con $t\in[\frac{\pi}{6},\frac{\pi}{3}]$, calcolare $\displaystyle\int_\Gamma xy\, d\sigma_1$. ___$11\sqrt{2}/96$___
. [2 pt.]

10. Sia Σ la porzione di superficie di equazione $z = 2x + y^2$ che si proietta nel triangolo T che ha vertici nei punti $(4, 0)$, $(4, 2)$, $(0, 2)$. Calcolare $\displaystyle\int_\Sigma \frac{z - y^2}{\sqrt{5 + 4y^2}}\, d\sigma_2$. ______ 64/3 ______

2 pt.

SECONDA PARTE

11. Sia $f(x) = e^{1/x}$. Quali delle seguenti proprietà ha f? A) è definita su tutto R, B) derivabile sul suo dominio, C) sup. limitata, D) inf. limitata, E) monotona sul suo dominio, F) invertibile sul suo dominio, G) pari, H) dispari. La risposta è: ____**BDF**____

3 pt.

12. Enunciare il teorema di Fermat.

Soluzione:

3 pt.

13. Dato l'integrale improprio $I = \displaystyle\int_0^{1/3} \frac{1}{x\log(x)} \mathrm{d}x$, stabilire quale (una sola) delle seguenti risposte è corretta:

4 pt.

(a) L'integrale diverge a $+\infty$

(b) L'integrale diverge a $-\infty$

(c) L'integrale converge e vale $I = 1$

(d) L'integrale converge e vale $l = \log\log(3)$

(e) L'integrale converge e vale $I = -\log\log(3)$

14. Dire quali delle seguenti serie numeriche sono convergenti:

4 pt.

1. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|\sin n|}{n^2}$;

2. $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n + 5}{n + (n+1)^2 + (n+2)^3}$;

3. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n+2}\right)^{n^2}$;

4. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^2}$.

____**1, 2, 3**____