Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 09/07/18 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [6 punti] Si consideri la curva Γ determinata dall'intersezione del piano Π di equazione $z = \frac{2}{3}y$ con il paraboloide $\mathcal{P}$ di equazione $z = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9}$, e il campo vettoriale $F = (x^2, x^2 - x, 4y + z)$. Calcolare il lavoro compiuto dal campo F quando il suo punto di applicazione percorre Γ orientata in senso antiorario, $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi. [Si consiglia di utilizzare il Teorema di Stokes in $\mathbb{R}^3$]

A2. [5 punti] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^{n+1} \frac{(x-3)^{2n+1}}{(2n)!}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(10)}(3)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. [5 punti] Si consideri la superficie regolare Σ di equazioni parametriche $(x(\theta,\psi), y(\theta,\psi), z(\theta,\psi)) = ((4+\cos\theta)\cos\psi, (4+\cos\theta)\sin\psi, \sin\theta)$ con $\theta \in [0, \frac{\pi}{4}]$, $\psi \in [0, \frac{\pi}{3}]$. Calcolare l'area della superficie Σ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A4. [6 punti] Determinare e classificare il punto stazionario della funzione $f : A \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $A = \{(x,y) \in \mathbb{R} : \ 1+xy > 0\}$, definita da $f(x,y) = x^2 + 3y + \ln(1+xy)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

B1. [5 punti] Enunciare il Teorema della divergenza in $\mathbb{R}^3$, indicando con precisione tutte le ipotesi.

B2. [6 punti totali] Sia $\Omega = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y \geq x^2\right\} \setminus \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x = 0, \ y > 0\right\}$. Indicare

La parte interna di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La frontiera di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La chiusura di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

B3. [6 punti] Si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \sqrt[5]{x^3 \sin^2 y}$. Verificare se la funzione è differenziabile in $O(0,0)$ oppure no, giustificando i passaggi.

B4. [5 punti] Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ con $f = f(x,y,z)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^3$, e $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ con $g = g(t)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}$. Allora

$$\frac{d}{dt} f(g(t), t, g(t)) = \boxed{}$$

09/07/18 - **Matricola** **Cognome e Nome**

[Giustificare brevemente i passaggi in ogni esercizio della parte C]

C1. [2 punti]Dopo alcune osservazioni, si considera che uno sportello di un ufficio postale, dalle 8 alle 9 di un giorno feriale serva mediamente 12 clienti. Si supponga che il flusso di clienti sia uniforme all'interno di quella fascia oraria. Si indichi con X [rispettivamente con Y] il numero di clienti serviti il prossimo lunedì mattina dalle 8 alle 9 [rispettivamente dalle 8 alle 8:15].

- Si specifichi la legge di X.

- Si specifichi la legge di Y e si dica se X e Y sono variabili aleatorie indipendenti.

- Si calcoli la probabilità che vengano serviti almeno due clienti tra le 8 e le 8:15 .

C2. [2 punti]In una serra vengono venduti ulivi di due anni. Si stima che l'altezza di un ulivo di tale età si comporti come una variabile aleatoria di media 150 cm e varianza 16 cm^2. Si calcoli la probabilità che un ulivo di due anni scelto a caso abbia altezza

- inferiore a 155 cm

- compresa tra 145 e 170 cm

C3. [3 punti] Una ditta produce due tipi di schermi per computer, il 30% di tipo A ed il 70% di tipo B. È noto che la percentuale di schermi difettosi è del 3% per il tipo A e del 5% per il tipo B.

Calcolare la probabilità che

- uno schermo scelto a caso sia difettoso;

- uno schermo scelto a caso sia difettoso e di tipo B;

- sia di tipo A sapendo che è difettoso.

Quesito [2 punti] Definire la probabilità condizionata ed enunciare il teorema delle probabilità totali (specificando le opportune ipotesi).

C4. [2 punti]Una ditta esegue un controllo sui pezzi confezionati da una sua linea di produzione. Vengono esaminati 200 pezzi e 15 risultano difettosi. Determinare un intervallo di confidenza di livello 90% per la proporzione di pezzi difettosi.