Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 14/02/19 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [5 punti] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2(n+1)}}{a^{n+1}(n+1)}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(8)}(0)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

Sol. $S = (-\sqrt{a}, \sqrt{a})$, $f(x) = -\ln\left(1 - \dfrac{x^2}{a}\right)$, $f^{(8)}(0) = \dfrac{8!}{4a^4}$

$a = 4,\ 4,\ 4,\ 4$

A2. [6 punti] Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = (a - x^2 + y^2)(x - 1)^2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

Sol. punti stazionari: $(-\frac{1}{2}, 0)$ colle; $(1, t)$ punto di colle se $t = 0$ e punto di minimo se $t \neq 0$.

$a = 1,\ 1,\ 1,\ 1$

A3. [5 punti]

Dato $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 1\}$, calcolare il lavoro del campo vettoriale $F : E \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$F = \left(-\frac{b}{1 - x^2 + y} + x, \frac{1}{1 - x^2 + y}\right),$$

quando il suo punto di applicazione descrive un arco regolare $\Gamma \subset E$ di estremi $O(0, 0)$ e $Q(2, 5)$, orientato da O a Q, giustificando brevemente i passaggi. $\boxed{}$

$\boxed{\text{Sol. } \ln 2 + 2}$

$\boxed{b = 2x,\ 2x,\ 2x,\ 2x}$

A4. [6 punti] Sia Σ la superficie di equazione $z = x^2 + y^2$ che si proietta nel triangolo T di vertici $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,1)$. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int_\Sigma \frac{\ln(a+x+y)}{\sqrt{1+4z}}\, d\sigma_2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

$\boxed{\text{Sol. } I = \ldots}$

$\boxed{a = 1,\ 1,\ 1,\ 1}$

B1. [5 punti] Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ con $f = f(u, y, v)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^3$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $g = g(x, y)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}$. Allora
$\dfrac{\partial}{\partial x} f(g(x,y), y, g(x,y)) =$ $\boxed{}$

B2. [6 punti] Per $\alpha > 0$ si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{(|x|+|y|)^{1+\alpha}}{x^2+y^2}$ se $(x,y) \neq (0,0)$ e $f(0,0) = 0$. Determinare per quali α f è continua e per quali α è differenziabile in $O(0,0)$, giustificando i passaggi.

B3. [6 punti totali] Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ x \geq y^2\} \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 :\ y = 0,\ x > 0\}$. Indicare

La parte interna di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La frontiera di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La chiusura di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

B4. [5 punti] Enunciare la condizione necessaria di differenziabilità per funzioni scalari di più variabili.

14/02/19 - **Matricola** **Cognome e Nome**

[Giustificare brevemente i passaggi in ogni esercizio della parte C]

C1. [3 punti] Una ditta vende tre tipi di computer, il 20% di tipo A, il 30% di tipo B ed il 50% di tipo C. I computer tipo A e B vengono venduti associati all'apposita custodia nel 70% dei casi. Un nuovo cliente fa una richiesta alla ditta. Calcolare la probabilità che questo cliente

- acquisti un computer di tipo A con la custodia;
- acquisti un computer con la custodia;
- acquisti un computer di tipo A sapendo che vorrà un computer con la custodia.

C2. [2 punti] Un utente ha accesso a 3 server, che si possono considerare tra loro indipendenti. Si ritiene che, in caso di bisogno, ogni server possa risultare non disponibile con probabilità 0.1. Si indichi con X il numero di server liberi in un momento prefissato.

- Determinare la legge di X.
- Calcolare la probabilità che l'utente abbia almeno un server disponibile.

Quesito [2 punti] Enunciare la definizione e le proprietà fondamentali della funzione di ripartizione di una variabile aleatoria.

C3. [2 punti]Si stima che ad un server, nelle ore di ufficio, arrivino in media 10 richieste di servizio ogni ora. Si supponga che il flusso di clienti sia uniforme all'interno della fascia oraria lavorativa. Si indichi con X il numero di richieste di servizio nei prossimi 30 minuti.

- Si specifichi la legge di X.

- Si calcoli la probabilità che arrivi al più una richiesta di servizio nei prossimi 30 minuti.

C4. [2 punti]Una ditta esegue un controllo sull'efficienza del suo servizio di assistenza telefonica. Il servizio viene ritenuto efficiente se il tempo di attesa per parlare con un operatore risulta inferiore ai 5 minuti. Vengono effettuate 80 chiamate test e, in 54 casi, il risultato è efficiente (ossia il tempo di attesa è inferiore ai 5 minuti). Determinare un intervallo di confidenza di livello 90% per la proporzione p di chiamate "efficienti".

Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 14/02/19 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [5 punti]

Dato $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 1\}$, calcolare il lavoro del campo vettoriale $F : E \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$F = \left(-\frac{2x}{1 - x^2 + y} + x, \frac{1}{1 - x^2 + y} \right),$$

quando il suo punto di applicazione descrive un arco regolare $\Gamma \subset E$ di estremi $O(0, 0)$ e $Q(2, 5)$, orientato da O a Q, giustificando brevemente i passaggi. $\boxed{}$

A2. [6 punti] Sia Σ la superficie di equazione $z = x^2 + y^2$ che si proietta nel triangolo T di vertici $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(1, 1)$. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int_\Sigma \frac{\ln(1 + x + y)}{\sqrt{1 + 4z}} \, d\sigma_2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. [6 punti] Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = (1 - x^2 + y^2)(x - 1)^2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A4. [**5 punti**] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2(n+1)}}{4^{n+1}(n+1)}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(8)}(0)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

B1. [**6 punti totali**] Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \geq y^2\} \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y = 0, \, x > 0\}$. Indicare

La parte interna di Ω $\boxed{}$ [**2 punti**]

La frontiera di Ω $\boxed{}$ [**2 punti**]

La chiusura di Ω $\boxed{}$ [**2 punti**]

B2. [**6 punti**] Per $\alpha > 0$ si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{(|x| + |y|)^{1+\alpha}}{x^2 + y^2}$ se $(x,y) \neq (0,0)$ e $f(0,0) = 0$. Determinare per quali α f è continua e per quali α è differenziabile in $O(0,0)$, giustificando i passaggi.

B3. [**5 punti**] Enunciare la condizione necessaria di differenziabilità per funzioni scalari di più variabili.

B4. [5 punti] Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ con $f = f(u, y, v)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^3$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $g = g(x, y)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}$. Allora

$$\frac{\partial}{\partial x} f(g(x, y), y, g(x, y)) = \boxed{}$$

14/02/19 - **Matricola** **Cognome e Nome**

[Giustificare brevemente i passaggi in ogni esercizio della parte C]

C1. [3 punti] Una ditta vende tre tipi di computer, il 20% di tipo A, il 30% di tipo B ed il 50% di tipo C. I computer tipo A e B vengono venduti associati all'apposita custodia nel 70% dei casi. Un nuovo cliente fa una richiesta alla ditta. Calcolare la probabilità che questo cliente

- acquisti un computer di tipo A con la custodia;
- acquisti un computer con la custodia;
- acquisti un computer di tipo A sapendo che vorrà un computer con la custodia.

C2. [2 punti]Una ditta esegue un controllo sull'efficienza del suo servizio di assistenza telefonica. Il servizio viene ritenuto efficiente se il tempo di attesa per parlare con un operatore risulta inferiore ai 5 minuti. Vengono effettuate 80 chiamate test e, in 54 casi, il risultato è efficiente (ossia il tempo di attesa è inferiore ai 5 minuti). Determinare un intervallo di confidenza di livello 90% per la proporzione p di chiamate "efficienti".

C3. [2 punti]Si stima che ad un server, nelle ore di ufficio, arrivino in media 10 richieste di servizio ogni ora. Si supponga che il flusso di clienti sia uniforme all'interno della fascia oraria lavorativa. Si indichi con X il numero di richieste di servizio nei prossimi 30 minuti.

- Si specifichi la legge di X.

- Si calcoli la probabilità che arrivi al più una richiesta di servizio nei prossimi 30 minuti.

C4. [2 punti] Un utente ha accesso a 3 server, che si possono considerare tra loro indipendenti. Si ritiene che, in caso di bisogno, ogni server possa risultare non disponibile con probabilità 0.1. Si indichi con X il numero di server liberi in un momento prefissato.

- Determinare la legge di X.

- Calcolare la probabilità che l'utente abbia almeno un server disponibile.

Quesito [2 punti] Enunciare la definizione e le proprietà fondamentali della funzione di ripartizione di una variabile aleatoria.

Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 14/02/19 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [5 punti]

Dato $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 1\}$, calcolare il lavoro del campo vettoriale $F : E \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$F = \left(-\frac{2x}{1 - x^2 + y} + x, \frac{1}{1 - x^2 + y}\right),$$

quando il suo punto di applicazione descrive un arco regolare $\Gamma \subset E$ di estremi $O(0, 0)$ e $Q(2, 5)$, orientato da O a Q, giustificando brevemente i passaggi. $\boxed{}$

A2. [5 punti] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2(n+1)}}{4^{n+1}(n+1)}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(8)}(0)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. [6 punti] Sia Σ la superficie di equazione $z = x^2 + y^2$ che si proietta nel triangolo T di vertici $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(1, 1)$. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int_\Sigma \frac{\ln(1 + x + y)}{\sqrt{1 + 4z}}\, d\sigma_2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A4. [6 punti]Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = (1 - x^2 + y^2)(x-1)^2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

B1. [6 punti totali] Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \geq y^2\} \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y = 0, \ x > 0\}$. Indicare

La parte interna di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La frontiera di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La chiusura di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

B2. [6 punti] Per $\alpha > 0$ si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{(|x| + |y|)^{1+\alpha}}{x^2 + y^2}$ se $(x,y) \neq (0,0)$ e $f(0,0) = 0$. Determinare per quali α f è continua e per quali α è differenziabile in $O(0,0)$, giustificando i passaggi.

B3. [5 punti] Enunciare la condizione necessaria di differenziabilità per funzioni scalari di più variabili.

B4. [5 punti] Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ con $f = f(u,y,v)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^3$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $g = g(x,y)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}$. Allora

$$\frac{\partial}{\partial x} f(g(x,y), y, g(x,y)) = \boxed{}$$

14/02/19 - **Matricola** **Cognome e Nome**

[Giustificare brevemente i passaggi in ogni esercizio della parte C]

C1. [2 punti] Un utente ha accesso a 3 server, che si possono considerare tra loro indipendenti. Si ritiene che, in caso di bisogno, ogni server possa risultare non disponibile con probabilità 0.1. Si indichi con X il numero di server liberi in un momento prefissato.

- Determinare la legge di X.

- Calcolare la probabilità che l'utente abbia almeno un server disponibile.

Quesito [2 punti] Enunciare la definizione e le proprietà fondamentali della funzione di ripartizione di una variabile aleatoria.

C2. [2 punti]Una ditta esegue un controllo sull'efficienza del suo servizio di assistenza telefonica. Il servizio viene ritenuto efficiente se il tempo di attesa per parlare con un operatore risulta inferiore ai 5 minuti. Vengono effettuate 80 chiamate test e, in 54 casi, il risultato è efficiente (ossia il tempo di attesa è inferiore ai 5 minuti). Determinare un intervallo di confidenza di livello 90% per la proporzione p di chiamate "efficienti".

C3. [3 punti] Una ditta vende tre tipi di computer, il 20% di tipo A, il 30% di tipo B ed il 50% di tipo C. I computer tipo A e B vengono venduti associati all'apposita custodia nel 70% dei casi. Un nuovo cliente fa una richiesta alla ditta. Calcolare la probabilità che questo cliente

- acquisti un computer di tipo A con la custodia;

- acquisti un computer con la custodia;

- acquisti un computer di tipo A sapendo che vorrà un computer con la custodia.

C4. [2 punti]Si stima che ad un server, nelle ore di ufficio, arrivino in media 10 richieste di servizio ogni ora. Si supponga che il flusso di clienti sia uniforme all'interno della fascia oraria lavorativa. Si indichi con X il numero di richieste di servizio nei prossimi 30 minuti.

- Si specifichi la legge di X.

- Si calcoli la probabilità che arrivi al più una richiesta di servizio nei prossimi 30 minuti.

Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 14/02/19 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. **[6 punti]** Sia Σ la superficie di equazione $z = x^2 + y^2$ che si proietta nel triangolo T di vertici $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,1)$. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int_\Sigma \frac{\ln(1+x+y)}{\sqrt{1+4z}}\, d\sigma_2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A2. **[6 punti]** Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = (1 - x^2 + y^2)(x-1)^2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. **[5 punti]** Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2(n+1)}}{4^{n+1}(n+1)}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(8)}(0)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A4. [5 punti]

Dato $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 1\}$, calcolare il lavoro del campo vettoriale $F : E \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$F = \left(-\frac{2x}{1 - x^2 + y} + x, \frac{1}{1 - x^2 + y} \right),$$

quando il suo punto di applicazione descrive un arco regolare $\Gamma \subset E$ di estremi $O(0,0)$ e $Q(2,5)$, orientato da O a Q, giustificando brevemente i passaggi. $\boxed{}$

B1. [6 punti totali] Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \geq y^2\} \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y = 0, \, x > 0\}$. Indicare

La parte interna di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La frontiera di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La chiusura di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

B2. [5 punti] Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ con $f = f(u,y,v)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^3$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $g = g(x,y)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}$. Allora

$\dfrac{\partial}{\partial x} f(g(x,y), y, g(x,y)) =$ $\boxed{}$

B3. [5 punti] Enunciare la condizione necessaria di differenziabilità per funzioni scalari di più variabili.

B4. [6 punti] Per $\alpha > 0$ si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{(|x| + |y|)^{1+\alpha}}{x^2 + y^2}$ se $(x,y) \neq (0,0)$ e $f(0,0) = 0$. Determinare per quali α f è continua e per quali α è differenziabile in $O(0,0)$, giustificando i passaggi.

14/02/19 - **Matricola** **Cognome e Nome**

[Giustificare brevemente i passaggi in ogni esercizio della parte C]

C1. [**3 punti**] Una ditta vende tre tipi di computer, il 20% di tipo A, il 30% di tipo B ed il 50% di tipo C. I computer tipo A e B vengono venduti associati all'apposita custodia nel 70% dei casi. Un nuovo cliente fa una richiesta alla ditta. Calcolare la probabilità che questo cliente

- acquisti un computer di tipo A con la custodia;
- acquisti un computer con la custodia;
- acquisti un computer di tipo A sapendo che vorrà un computer con la custodia.

C2. [**2 punti**] Un utente ha accesso a 3 server, che si possono considerare tra loro indipendenti. Si ritiene che, in caso di bisogno, ogni server possa risultare non disponibile con probabilità 0.1. Si indichi con X il numero di server liberi in un momento prefissato.

- Determinare la legge di X.
- Calcolare la probabilità che l'utente abbia almeno un server disponibile.

Quesito [**2 punti**] Enunciare la definizione e le proprietà fondamentali della funzione di ripartizione di una variabile aleatoria.

C3. [2 punti]Si stima che ad un server, nelle ore di ufficio, arrivino in media 10 richieste di servizio ogni ora. Si supponga che il flusso di clienti sia uniforme all'interno della fascia oraria lavorativa. Si indichi con X il numero di richieste di servizio nei prossimi 30 minuti.

- Si specifichi la legge di X.

- Si calcoli la probabilità che arrivi al più una richiesta di servizio nei prossimi 30 minuti.

C4. [2 punti]Una ditta esegue un controllo sull'efficienza del suo servizio di assistenza telefonica. Il servizio viene ritenuto efficiente se il tempo di attesa per parlare con un operatore risulta inferiore ai 5 minuti. Vengono effettuate 80 chiamate test e, in 54 casi, il risultato è efficiente (ossia il tempo di attesa è inferiore ai 5 minuti). Determinare un intervallo di confidenza di livello 90% per la proporzione p di chiamate "efficienti".

Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 14/02/19 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [5 punti] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2(n+1)}}{4^{n+1}(n+1)}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(8)}(0)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A2. [6 punti] Sia Σ la superficie di equazione $z = x^2 + y^2$ che si proietta nel triangolo T di vertici $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,1)$. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int_\Sigma \frac{\ln(1+x+y)}{\sqrt{1+4z}}\, d\sigma_2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. [5 punti]

Dato $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 1\}$, calcolare il lavoro del campo vettoriale $F : E \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$F = \left(-\frac{2x}{1-x^2+y} + x, \frac{1}{1-x^2+y}\right),$$

quando il suo punto di applicazione descrive un arco regolare $\Gamma \subset E$ di estremi $O(0,0)$ e $Q(2,5)$, orientato da O a Q, giustificando brevemente i passaggi. $\boxed{}$

A4. [6 punti]Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = (1 - x^2 + y^2)(x - 1)^2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

B1. [5 punti] Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ con $f = f(u, y, v)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^3$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $g = g(x, y)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}$. Allora

$\frac{\partial}{\partial x} f(g(x, y), y, g(x, y)) =$ $\boxed{}$

B2. [6 punti totali] Sia $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; x \geq y^2\} \setminus \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; y = 0, \, x > 0\}$. Indicare

La parte interna di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La frontiera di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La chiusura di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

B3. [6 punti] Per $\alpha > 0$ si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \frac{(|x| + |y|)^{1+\alpha}}{x^2 + y^2}$ se $(x, y) \neq (0, 0)$ e $f(0, 0) = 0$. Determinare per quali α f è continua e per quali α è differenziabile in $O(0, 0)$, giustificando i passaggi.

B4. [5 punti] Enunciare la condizione necessaria di differenziabilità per funzioni scalari di più variabili.

14/02/19 - **Matricola** **Cognome e Nome**

[Giustificare brevemente i passaggi in ogni esercizio della parte C]

C1. [**3 punti**] Una ditta vende tre tipi di computer, il 20% di tipo A, il 30% di tipo B ed il 50% di tipo C. I computer tipo A e B vengono venduti associati all'apposita custodia nel 70% dei casi. Un nuovo cliente fa una richiesta alla ditta. Calcolare la probabilità che questo cliente

- acquisti un computer di tipo A con la custodia;
- acquisti un computer con la custodia;
- acquisti un computer di tipo A sapendo che vorrà un computer con la custodia.

C2. [**2 punti**] Un utente ha accesso a 3 server, che si possono considerare tra loro indipendenti. Si ritiene che, in caso di bisogno, ogni server possa risultare non disponibile con probabilità 0.1. Si indichi con X il numero di server liberi in un momento prefissato.

- Determinare la legge di X.
- Calcolare la probabilità che l'utente abbia almeno un server disponibile.

Quesito [**2 punti**] Enunciare la definizione e le proprietà fondamentali della funzione di ripartizione di una variabile aleatoria.

C3. [2 punti]Una ditta esegue un controllo sull'efficienza del suo servizio di assistenza telefonica. Il servizio viene ritenuto efficiente se il tempo di attesa per parlare con un operatore risulta inferiore ai 5 minuti. Vengono effettuate 80 chiamate test e, in 54 casi, il risultato è efficiente (ossia il tempo di attesa è inferiore ai 5 minuti). Determinare un intervallo di confidenza di livello 90% per la proporzione p di chiamate "efficienti".

C4. [2 punti]Si stima che ad un server, nelle ore di ufficio, arrivino in media 10 richieste di servizio ogni ora. Si supponga che il flusso di clienti sia uniforme all'interno della fascia oraria lavorativa. Si indichi con X il numero di richieste di servizio nei prossimi 30 minuti.

- Si specifichi la legge di X.

- Si calcoli la probabilità che arrivi al più una richiesta di servizio nei prossimi 30 minuti.

Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 14/02/19 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [5 punti]

Dato $E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 1\}$, calcolare il lavoro del campo vettoriale $F : E \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$F = \left(-\frac{}{1 - x^2 + y} + x, \frac{1}{1 - x^2 + y} \right),$$

quando il suo punto di applicazione descrive un arco regolare $\Gamma \subset E$ di estremi $O(0, 0)$ e $Q(2, 5)$, orientato da O a Q, giustificando brevemente i passaggi. $\boxed{}$

A2. [5 punti] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2(n+1)}}{{}^{n+1}(n+1)}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(8)}(0)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. [6 punti] Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = (-x^2 + y^2)(x - 1)^2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A4. **[6 punti]** Sia Σ la superficie di equazione $z = x^2 + y^2$ che si proietta nel triangolo T di vertici $O(0,0)$, $A(1,0)$, $B(1,1)$. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int_\Sigma \frac{\ln(+x+y)}{\sqrt{1+4z}}\, d\sigma_2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

B1. **[6 punti totali]** Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \geq y^2\} \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y = 0,\, x > 0\}$. Indicare

La parte interna di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La frontiera di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La chiusura di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

B2. **[5 punti]** Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ con $f = f(u,y,v)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^3$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $g = g(x,y)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}$. Allora

$\dfrac{\partial}{\partial x} f(g(x,y), y, g(x,y)) =$ $\boxed{}$

B3. **[6 punti]** Per $\alpha > 0$ si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{(|x|+|y|)^{1+\alpha}}{x^2+y^2}$ se $(x,y) \neq (0,0)$ e $f(0,0) = 0$. Determinare per quali α f è continua e per quali α è differenziabile in $O(0,0)$, giustificando i passaggi.

B4. **[5 punti]** Enunciare la condizione necessaria di differenziabilità per funzioni scalari di più variabili.

14/02/19 - **Matricola** **Cognome e Nome**

[Giustificare brevemente i passaggi in ogni esercizio della parte C]

C1. [3 punti] Una ditta vende tre tipi di computer, il 20% di tipo A, il 30% di tipo B ed il 50% di tipo C. I computer tipo A e B vengono venduti associati all'apposita custodia nel 70% dei casi. Un nuovo cliente fa una richiesta alla ditta. Calcolare la probabilità che questo cliente

- acquisti un computer di tipo A con la custodia;
- acquisti un computer con la custodia;
- acquisti un computer di tipo A sapendo che vorrà un computer con la custodia.

C2. [2 punti] Un utente ha accesso a 3 server, che si possono considerare tra loro indipendenti. Si ritiene che, in caso di bisogno, ogni server possa risultare non disponibile con probabilità 0.1. Si indichi con X il numero di server liberi in un momento prefissato.

- Determinare la legge di X.
- Calcolare la probabilità che l'utente abbia almeno un server disponibile.

Quesito [2 punti] Enunciare la definizione e le proprietà fondamentali della funzione di ripartizione di una variabile aleatoria.

C3. [2 punti]Si stima che ad un server, nelle ore di ufficio, arrivino in media 10 richieste di servizio ogni ora. Si supponga che il flusso di clienti sia uniforme all'interno della fascia oraria lavorativa. Si indichi con X il numero di richieste di servizio nei prossimi 30 minuti.

- Si specifichi la legge di X.

- Si calcoli la probabilità che arrivi al più una richiesta di servizio nei prossimi 30 minuti.

C4. [2 punti]Una ditta esegue un controllo sull'efficienza del suo servizio di assistenza telefonica. Il servizio viene ritenuto efficiente se il tempo di attesa per parlare con un operatore risulta inferiore ai 5 minuti. Vengono effettuate 80 chiamate test e, in 54 casi, il risultato è efficiente (ossia il tempo di attesa è inferiore ai 5 minuti). Determinare un intervallo di confidenza di livello 90% per la proporzione p di chiamate "efficienti".

Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 14/02/19 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [6 punti]Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = (-x^2 + y^2)(x - 1)^2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A2. [6 punti]Sia Σ la superficie di equazione $z = x^2 + y^2$ che si proietta nel triangolo T di vertici $O(0, 0)$, $A(1, 0)$, $B(1, 1)$. Calcolare l'integrale $\displaystyle\int_\Sigma \frac{\ln(+x + y)}{\sqrt{1 + 4z}}\, d\sigma_2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. [5 punti] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^{2(n+1)}}{{}^{n+1}(n+1)}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(8)}(0)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A4. [5 punti]

Dato $E = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y > x^2 - 1\}$, calcolare il lavoro del campo vettoriale $F : E \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$F = \left(-\frac{}{1 - x^2 + y} + x, \frac{1}{1 - x^2 + y} \right),$$

quando il suo punto di applicazione descrive un arco regolare $\Gamma \subset E$ di estremi $O(0,0)$ e $Q(2,5)$, orientato da O a Q, giustificando brevemente i passaggi. $\boxed{}$

B1. [5 punti] Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ con $f = f(u,y,v)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^3$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $g = g(x,y)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}$. Allora

$\frac{\partial}{\partial x} f(g(x,y), y, g(x,y)) =$ $\boxed{}$

B2. [6 punti] Per $\alpha > 0$ si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{(|x| + |y|)^{1+\alpha}}{x^2 + y^2}$ se $(x,y) \neq (0,0)$ e $f(0,0) = 0$. Determinare per quali α f è continua e per quali α è differenziabile in $O(0,0)$, giustificando i passaggi.

B3. [6 punti totali] Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ x \geq y^2\} \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \ y = 0, \ x > 0\}$. Indicare

La parte interna di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La frontiera di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La chiusura di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

B4. [5 punti] Enunciare la condizione necessaria di differenziabilità per funzioni scalari di più variabili.

14/02/19 - **Matricola** **Cognome e Nome**

[Giustificare brevemente i passaggi in ogni esercizio della parte C]

C1. [2 punti] Si stima che ad un server, nelle ore di ufficio, arrivino in media 10 richieste di servizio ogni ora. Si supponga che il flusso di clienti sia uniforme all'interno della fascia oraria lavorativa. Si indichi con X il numero di richieste di servizio nei prossimi 30 minuti.

- Si specifichi la legge di X.
- Si calcoli la probabilità che arrivi al più una richiesta di servizio nei prossimi 30 minuti.

C2. [3 punti] Una ditta vende tre tipi di computer, il 20% di tipo A, il 30% di tipo B ed il 50% di tipo C. I computer tipo A e B vengono venduti associati all'apposita custodia nel 70% dei casi. Un nuovo cliente fa una richiesta alla ditta. Calcolare la probabilità che questo cliente

- acquisti un computer di tipo A con la custodia;
- acquisti un computer con la custodia;
- acquisti un computer di tipo A sapendo che vorrà un computer con la custodia.

C3. [2 punti] Una ditta esegue un controllo sull'efficienza del suo servizio di assistenza telefonica. Il servizio viene ritenuto efficiente se il tempo di attesa per parlare con un operatore risulta inferiore ai 5 minuti. Vengono effettuate 80 chiamate test e, in 54 casi, il risultato è efficiente (ossia il tempo di attesa è inferiore ai 5 minuti). Determinare un intervallo di confidenza di livello 90% per la proporzione p di chiamate "efficienti".

C4. [2 punti] Un utente ha accesso a 3 server, che si possono considerare tra loro indipendenti. Si ritiene che, in caso di bisogno, ogni server possa risultare non disponibile con probabilità 0.1. Si indichi con X il numero di server liberi in un momento prefissato.

- Determinare la legge di X.

- Calcolare la probabilità che l'utente abbia almeno un server disponibile.

Quesito [2 punti] Enunciare la definizione e le proprietà fondamentali della funzione di ripartizione di una variabile aleatoria.