Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 22/06/18 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [6 punti]

Si consideri il campo vettoriale $F = (\frac{x^3}{3} + 2z, \frac{y^3}{6} + 2x, z\frac{y^2}{2})$ e il dominio $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 - z^2 \leq 1,\ 0 \leq z \leq \sqrt{3}\}$. Calcolare il flusso Φ del campo F uscente dal bordo di E, $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A2. [5 punti] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(x-2)^{n+1}}{2^n n!}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(27)}(2)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. [6 punti] Determinare il massimo M ed il minimo m assoluti della funzione $f(x, y) = \dfrac{(y+4)^2}{x-2}$ nel rettangolo R che ha vertici nei punti $O(0, 0)$, $A(0, -4)$, $B(1, -4)$, $C(1, 0)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A4. [5 punti] Si consideri l'arco Γ di equazioni parametriche $(x(t), y(t), z(t)) = (t\cos t, t\sin t, \frac{2\sqrt{2}}{3}t^{3/2})$ con $t \in [0, 1]$. Calcolare il valore di $I = \int_\Gamma \frac{1}{x^2 + y^2 - 4}\, d\sigma_1$, $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

B1. [5 punti] Enunciare le formule di Gauss-Green nel piano, indicando con precisione tutte le ipotesi.

B2. [6 punti] Si consideri $\Gamma \subset \mathbb{R}^2$ di equazioni parametriche $(x(t), y(t)) = (\cos^3 t, \sin^3 t)$ con $t \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$. Verificare se si tratta oppure no di un arco regolare, giustificando i passaggi.

B3. [6 punti totali] Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; x^2 + y^2 \leq 4\} \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \; y = 0, \, 0 \leq x \leq 2\}$. Indicare

La parte interna di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La frontiera di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La chiusura di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

B4. [5 punti] Si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $f = f(x,y)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^2$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ con $g = (g_1, g_2) = (g_1(u,v), g_2(u,v))$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^2$. Allora

$$\frac{\partial}{\partial u} f(g_1(u,v), g_2(u,v)) = \boxed{}$$

22/06/18 - **Matricola** **Cognome e Nome**

[Giustificare brevemente i passaggi in ogni esercizio della parte C]

C1. [2 punti]Una ditta farmaceutica controlla regolarmente l'effettivo contenuto dei suoi flaconi di tipo T. Durante l'ultimo controllo sono stati analizzati 100 flaconi ed è risultato un contenuto medio campionario $\overline{x}$ =120,8 con una varianza campionaria $\hat{\sigma}^2$ =15 . Determinare un intervallo di confidenza di livello 95% per il contenuto medio.

Quesito [2 punti] Enunciare le proprietà della media di una variabile aleatoria.

C2. [2 punti]Una ditta farmaceutica vende flaconi di un medicinale M con contenuto dichiarato di 120ml. Si considera che il contenuto effettivo X di un flacone si comporti come una variabile aleatoria di legge Normale con media 121ml e varianza 16 ml^2. Si calcoli la probabilità che un flacone scelto a caso abbia contenuto

- almeno pari a 120 ml

- compreso tra 120 e 125 ml

Presi 10 flaconi (indipendenti) dello stesso tipo e detta Y la quantità totale di medicinale, determinare la legge di Y.

C3. [3 punti] Un professionista deve acquistare una scrivania. Non avendo particolari esigenze, decide di scegliere a caso, ossia entrerà in uno dei due negozi disponibili (scegliendo ognuno con uguale probabilità) e poi sceglierà con uguale probabilità una delle scrivanie disponibili nel negozio prescelto. Il negozio N1 ha a disposizione due tipi di scrivanie, una da 200 Euro ed una da 400 Euro, il negozio N2 ha a disposizione tre tipi di scrivanie, una da 200, una da 320 ed una da 400 Euro.

Calcolare la probabilità che il professionista

- scelga la scrivania da 320 Euro;

- spenda almeno 300 Euro;

- abbia scelto il negozio N2 sapendo che ha speso più di 300 Euro.

C4. [2 punti]Si stima che abitualmente una pianta di specie S sopravviva per almeno un anno dal trapianto nel 90% dei casi. Un coltivatore acquista 6 piante di specie S e le trapianta. Si indichi con X il numero di piante del coltivatore sopravvissute per almeno un anno e si supponga che le piante possano essere ritenute mutuamente indipendenti.

- Si specifichi la legge di X

- Si calcoli la probabilità che almeno una pianta muoia entro l'anno.

- Si calcoli la probabilità che nessuna pianta muoia entro l'anno.