Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 23/01/19 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [6 punti] Si consideri il campo vettoriale $F = (rx + 4z, ry + 3x, \frac{z^2}{2})$ con $r > 0$ e il dominio $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x^2 + y^2 + z^2 \leq r^2, \ \frac{r}{4} \leq z \leq \frac{r}{2}\}$. Calcolare il flusso Φ del campo F uscente dal bordo di E, $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A2. [5 punti] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{(x-6)^{2n}}{5^n (2n)!}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(12)}(6)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. [6 punti] Determinare il massimo M ed il minimo m assoluti della funzione $f(x, y) = 1 + 3^2x^2 + 4^2y^2$ nel compatto $K = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} \geq 1, \ \frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} \leq 4, \ 0 \leq y \leq \frac{3}{4}x\right\}$, giustificando brevemente i passaggi. $\boxed{}$

A4. [5 punti] Si consideri l'arco Γ di equazioni parametriche $(x(t), y(t), z(t)) = (\cos t, \sin t, 9t^2)$ con $t \in [1, 2]$. Calcolare il valore di $I = \int_\Gamma z^{3/2}\, d\sigma_1$, $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

B1. [**6 punti**] Si consideri $\Gamma \subset \mathbb{R}^2$ di equazioni parametriche $(x(t), y(t)) = (\cosh^3 t, \sinh^3 t)$ con $t \in [-4, 4]$. Verificare se si tratta oppure no di un arco regolare, giustificando i passaggi.

B2. [**5 punti**] Enunciare le formule di Gauss-Green nel piano, indicando con precisione tutte le ipotesi.

B3. [**6 punti totali**] Sia $\Omega = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; 4x^2 + 9y^2 \leq 36\} \setminus \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \; x = 0,\, 0 \leq y \leq 2\}$. Indicare

La parte interna di Ω [**2 punti**]

La frontiera di Ω [**2 punti**]

La chiusura di Ω [**2 punti**]

B4. [**5 punti**] Si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $f = f(x, y)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^2$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ con $g = (g_1, g_2) = (g_1(u, v), g_2(u, v))$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^2$. Allora

$$\frac{\partial}{\partial v} f(g_1(u, v), g_2(u, v)) =$$