Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 24/09/18 - Tempo a disposizione: 3h

Matricola **Cognome e Nome**

A1. [5 punti] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x-3)^n}{(n+1)!\,\ln(2+n)}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(10)}(3)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A2. [6 punti] Si consideri il campo vettoriale $\underline{F}: \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ definito da $\underline{F}(x,y,z) = (\frac{1}{3}x^3, \frac{1}{3}y^3, 2^2 z)$. Calcolare il flusso Φ del campo $\underline{F}$ uscente dalla frontiera del dominio $E = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+z^2 \leq 2^2\}$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. [5 punti] Si consideri l'arco Γ di equazioni parametriche $\underline{r}(t) = (2t\cos t, 2t\sin t, 3t^2)$ con $t \in [0, 2\pi]$. Calcolare l'integrale curvilineo di I specie $\int_\Gamma \sqrt{z}\,d\sigma_1$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A4. [6 punti] Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = y^2 \ln(1+4x^2)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

B1. **[6 punti totali]** Sia $\Omega = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 - y^2 \leq 1\} \setminus \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : y = 0, -1 \leq x \leq 1\}$. Indicare

La parte interna di Ω [ ] **[2 punti]**

La frontiera di Ω [ ] **[2 punti]**

La chiusura di Ω [ ] **[2 punti]**

B2. **[5 punti]** Scrivere l'enunciato del Teorema di Schwarz sulle derivate seconde miste di funzioni di più variabili.

B3. **[5 punti]** Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ con $f = f(x,y,z)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^3$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3$ con $g = (g_1(u,v), g_2(u,v), g_3(u,v))$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^2$. Allora

$\dfrac{\partial}{\partial u} f(g_1(u,v), g_2(u,v), g_3(u,v)) =$ [ ]

B4. **[6 punti]** Si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x,y) = \dfrac{(x+y)^3}{x^2+y^2}$ se $(x,y) \neq (0,0)$ e $f(0,0) = 0$. Studiare continuità, derivabilità e differenziabilità della f in $O(0,0)$, giustificando i passaggi.