Complementi di Analisi Matematica e Statistica - 25/07/18 - Tempo a disposizione: 3h
Matricola **Cognome e Nome**

A1. [6 punti] Determinare e classificare i punti stazionari della funzione $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = (x^2 + y^2 - 4x)(x - 1)^2$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A2. [6 punti] Calcolare il volume della regione $E \subset \mathbb{R}^3$ definita da $E = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \dfrac{x^2 + y^2}{2} \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A3. [5 punti] Si consideri la seguente serie di potenze:

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{(x-3)^{2n+2}}{3^{2n+1}(2n+1)!}.$$

Determinare l'insieme S di convergenza della serie $\boxed{}$, la somma $f(x)$ della serie $\boxed{}$ e il valore di $f^{(12)}(3)$ $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

A4. [5 punti] Calcolare il lavoro del campo vettoriale $F : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, definito da

$$F = \left(\frac{8x - 4}{4x^2 + 9y^2 - 4x + 2}, \frac{18y}{4x^2 + 9y^2 - 4x + 2} \right),$$

quando il suo punto di applicazione descrive il segmento di estremi $P(1, 1)$ e $Q(2, 2)$, orientato da P a Q. $\boxed{}$, giustificando brevemente i passaggi.

B1. [6 punti] Per $\alpha > 0$ si consideri $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definita da $f(x, y) = \dfrac{x^\alpha \sin y}{x^2 + y^2}$ se $(x, y) \neq (0, 0)$ e $f(0, 0) = 0$. Determinare per quali α f è continua e per quali α è differenziabile in $O(0, 0)$, giustificando i passaggi.

B2. [5 punti] Enunciare la condizione necessaria di differenziabilità per funzioni scalari di più variabili.

B3. [6 punti totali] Sia $\Omega = \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ y \geq x^3\big\} \setminus \big\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \ y = 0, \ x < 0\big\}$. Indicare

La parte interna di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La frontiera di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

La chiusura di Ω $\boxed{}$ **[2 punti]**

B4. [5 punti] Si consideri $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ con $f = f(x, y, z)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}^3$, e $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ con $g = g(x, y)$, di classe C^1 in tutto $\mathbb{R}$. Allora

$\dfrac{\partial}{\partial x} f(x, g(x, y), g(x, y)) =$ $\boxed{}$

25/07/18 - **Matricola** **Cognome e Nome**

[Giustificare brevemente i passaggi in ogni esercizio della parte C]

C1. [2 punti] Viene effettuato un test di controllo sulla durata di un determinato tipo di lampadine. Vengono provate 100 lampadine e risulta una durata media campionaria $\overline{x}$ =12,8 giorni con una varianza campionaria $\hat{\sigma}^2$ =6 (giorni^2). Determinare un intervallo di confidenza di livello 95% per la durata media.

Quesito [2 punti] Enunciare le proprietà della densità di una variabile aleatoria.

C2. [2 punti] In un'azienda agricola vengono riempite a mano delle cassette di frutta. Si considera che il contenuto effettivo X di una cassetta si comporti come una variabile aleatoria di legge Normale con media 12 kg e varianza 3,6 kg^2. Si calcoli la probabilità che una cassetta scelta a caso abbia un peso

- almeno pari a 12 kg

- compreso tra 10 e 12 kg

Prese 100 cassette (indipendenti) dello stesso tipo e detto Y il peso totale della frutta, determinare la legge di Y.

C3. [2 punti]Per un impianto alimentato a gas, si ritiene che la durata di ogni bombola si comporti come una variabile aleatoria di legge esponenziale con media pari a 10 giorni

- Si calcoli la probabilità che una bombola duri almeno 9 giorni.

- Il proprietario dell'impianto decide di comprare 100 bombole. Detta X la durata aleatoria complessiva delle 100 bombole, calcolare media e varianza di X. Che legge ha X (approssimativamente)?

C4. [3 punti] Una ditta produce armadi. Da un'indagine sulle vendite degli ultimi anni risulta che il 30% degli armadi venduti è su misura mentre il restante 70% è di misure standard. Tra gli armadi su misura il 70% è in legno mentre tra gli altri solo il 40%. Calcolare la probabilità che un cliente a caso

- scelga un armadio in legno;

- scelga un armadio in legno e su misura;

- abbia scelto un armadio su misura sapendo che è in legno.