APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DELL'8 MARZO 2012

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Sia $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}$ definita da

$$f(x,y) = \log(9x^2 + 16y^2 + 1) + \sqrt{\frac{3}{8}}(3x + 4y).$$

Determinare tutti i punti critici della funzione $f$ e classificarli.
Determinare il massimo e il minimo assoluto della funzione $f$ nel dominio $D = \{(x,y) \in \mathbf{R}^2 : 9x^2 + 16y^2 \leq 144\}$.

2) Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y' = x\, e^{-y}$$

e scrivere quindi l'equazione dell'integrale particolare passante per il punto $P(0, \ln \frac{1}{2})$.

3) Determinare autovalori ed autosoluzioni del Problema ai limiti omogeneo

$$\begin{cases} z'' + 25\lambda^2 z = 0, & \underline{\lambda > \mathbf{0}} \\ z'(0) = 0, \\ z(\dfrac{\pi}{5}) = 0. \end{cases}$$

4) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, $2\pi$–periodica, definita da

$$f(t) = \begin{cases} t & -\pi < t \leq 0 \\ \pi - t & 0 < t \leq \pi. \end{cases}$$

Dopo aver tracciato il grafico della $f$, verificare che è sviluppabile in serie di Fourier e calcolare il suo sviluppo in serie trigonometrica. Studiare quindi la convergenza **puntuale** della serie alla funzione ed utilizzare tale risultato per calcolare la somma della serie numerica $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1-(-)^n}{n^2}$.