APPELLO DI COMPLEMENTI DI ANALISI MATEMATICA DEL 13 SETTEMBRE 2019

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, 2π-periodica, **pari**, definita da

$$f(t) = \begin{cases} 1 - \dfrac{4}{\pi^2} t^2, & t \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right], \\ 0, & t \in \left(\dfrac{\pi}{2}, \pi\right). \end{cases}$$

a) Disegnare il grafico della f.
b) Verificare che f è sviluppabile in serie di Fourier.
c) Scrivere tale sviluppo.
d) Studiare la convergenza nel senso dell'energia e la convergenza puntuale della serie di Fourier così ottenuta.
e) Utilizzare i risultati del punto precedente per calcolare la somma della serie numerica che si ottiene ponendo $t = 0$ nello sviluppo di Fourier.

2) Si consideri l'equazione differenziale

$$y'' + 9y = e^{3x} + \frac{\cos(3x)}{\sin(3x)}, \qquad x \in (0, \frac{\pi}{3}).$$

Determinare l'espressione dell'integrale generale.

3) Determinare il massimo e il minimo assoluti della funzione $f(x, y) = \sinh x + \sinh y$ nel triangolo chiuso T di vertici $O(0, 0)$, $A(2, 0)$, $B(0, 2)$.

4) Dopo aver verificato che l'equazione

$$e^{4xy} - (1 - 2x^2)y^2 = 0$$

definisce implicitamente in un opportuno intorno di $P(0, -1)$ una e una sola funzione $x = g(y)$ tale che $g(-1) = 0$, tracciare un grafico qualitativo della g in un intorno di $(0, -1)$.