MODELLI E METODI MATEMATICI I
PRIMA PROVA IN ITINERE DEL 29 NOVEMBRE 2007

COGNOME e NOME NUMERO DI MATRICOLA

1) Determinare l'integrale generale del sistema lineare omogeneo $\underline{z}' = \mathbf{A}\underline{z}$, dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \end{bmatrix}.$$

2) Determinare l'integrale generale del sistema lineare completo $\underline{y}' = \mathbf{A}\underline{y} + \underline{b}$, dove

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ -6 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \underline{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}x^2\, e^{4x} \\ (4+5x)e^{4x} \end{bmatrix}.$$

3) Determinare l'integrale generale dell'equazione lineare completa

$$y^{(4)} + 2y''' + 2y'' + 2y' + y = \sin(2x).$$

4) Dopo averne studiato esistenza, unicità e regolarità, tracciare un grafico qualitativo delle linee integrali soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = \frac{e^y}{y}.$$

5) Determinare autovalori ed autosoluzioni del Problema ai limiti omogeneo

$$\begin{cases} z'' + 4z' + 8\lambda z = 0, & \lambda \in \mathbf{R}, \\ z(0) = z(\pi) = 0. \end{cases}$$

6) Determinare l'integrale generale dell'equazione a variabili separabili

$$y' = \frac{\cos^3 y}{(x-1)\sin y};$$

Determinare, poi, gli integrali particolari soluzioni dei Problemi di Cauchy $y(0) = \frac{3}{2}\pi$, $y(2) = \frac{\pi}{4}$.