M O D. M E T.	cognome e nome	firma
appello del 2 febbraio 2006		

1. Al variare di a, b, c in $\mathbf{R}$, determinare il valore minimo dell'integrale

$$\int_{-1}^{1} |e^{-|x|} - (ax^2 + bx + c)|^2 \, dx,$$

giustificando tutti i passaggi.

Fino a punti 8

---

2. Data l'equazione differenziale alle derivate parziali del I ordine

$$(2x - 2y)u_x + (3x + 7y)\, u_y = x + u,$$

determinare la superficie integrale di equazione $z = u(x, y)$ passante per la linea L di equazioni parametriche

$$f(s) = s, \qquad g(s) = 2s, \qquad h(s) = 3s$$

dopo aver verificato le condizioni di risolubilità.

Fino a punti 8

---

3. Si consideri la successione di funzioni $f_n : [0, +\infty[\to \mathbf{R}$ con $n \in \mathbf{N}$ definita da

$$f_n(x) = \chi_{[n,n^2]}(x) \cdot \cos(2x) \cdot e^{-nx}.$$

a) Studiare il limite puntuale della successione;
b) verificare che $\{f_n\} \subset L^1(0, +\infty)$;
c) verificare che $\{f_n\} \subset L^2(0, +\infty)$;
d) studiare la convergenza della successione in $L^1(0, +\infty)$;
e) studiare la convergenza della successione in $L^2(0, +\infty)$.

Fino a punti 8

---

4. Sia $\Omega = [0, \pi] \times [0, \pi]$. Detta Γ la frontiera di Ω , sia $\Gamma_0 = [0, \pi] \times \{\pi\}$ e $\Gamma_1 = \Gamma \backslash \Gamma_0$. Con il metodo di separazione delle variabili, determinare la soluzione u del problema

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2} = u & \text{in } \Omega \\ u = 0 & \text{su } \Gamma_1 \\ u = x(\pi - x) & \text{su } \Gamma_0. \end{cases}$$

Fino a punti 8

Tempo: 3.00 ore	spazio riservato alla commissione	1.	2.	3.	4.	totale