M O D. M E T.	cognome e nome	firma
appello del 7 febbraio 2005		

1. Determinare l'integrale generale del sistema lineare (del tipo di Eulero)

$$\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix}' = \frac{1}{x}\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x^4 \\ x^2 \end{bmatrix}.$$

Fino a punti 8

---

2. Si consideri l'equazione differenziale alle derivate parziali

$$x\, u_{xx} + 2\sqrt{x(1+y)}\, u_{xy} + y\, u_{yy} = 0.$$

a) Determinare la regione del piano xy in cui i coefficienti sono definiti e continui;
b) classificare l'equazione in tale regione;
c) determinare la famiglia delle linee caratteristiche nell'eventuale regione iperbolica.

Fino a punti 8

---

3. Si consideri la successione $\{f_n\}$ con $n \in \mathbf{N}$ definita da

$$f_n(x) = nx\, e^{-nx}.$$

a) Verificare che $\{f_n\} \subseteq L^1(0,+\infty)$;
b) verificare che $\{f_n\} \subseteq L^2(0,+\infty)$;
c) verificare che $\{f_n\} \subseteq C^0([0,+\infty[)$;
d) studiare la convergenza della successione in $L^1(0,+\infty)$;
e) studiare la convergenza della successione in $L^2(0,+\infty)$;
f) studiare la convergenza della successione in $C^0([0,+\infty[)$.

Fino a punti 8

---

4. Utilizzando la trasformata di Fourier e le relative tabelle, risolvere il seguente problema

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} - u = 0 & x \in \mathbf{R},\ y > 0, \\ \lim\limits_{y\to+\infty} |u(x,y)| < +\infty, & x \in \mathbf{R} \\ \lim\limits_{|x|\to+\infty} u(x,y) = 0 & y > 0 \\ u_y(x,0) = \chi_{[-1,1]}(x) & x \in \mathbf{R}. \end{cases}$$

[**N.B.**: La soluzione può essere scritta solo sotto forma di integrale]

Fino a punti 8

Tempo: 3.00 ore	spazio riservato alla commissione	1.	2.	3.	4.	totale