M O D. M E T.	cognome e nome	firma
appello del 9 settembre 2009		

1. Determinare l'integrale particolare soluzione del Problema di Cauchy

$$\begin{cases} \underset{\sim}{z}' = \mathbb{A}\underset{\sim}{z} \\ \underset{\sim}{z}(0) = \underset{\sim}{z}_o, \end{cases} \quad \text{dove} \quad \mathbb{A} = \begin{bmatrix} -2 & 4 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}, \quad \underset{\sim}{z}_o = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Fino a punti 8

---

2. Lo spazio $L^2(-2\pi, 2\pi)$ è di Hilbert se dotato del prodotto interno

$$(f, g) = \int_{-2\pi}^{2\pi} f(x)\overline{g(x)}\, dx.$$

Sia Z la varietà lineare generata dai vettori $v_1 = 1$, $v_2 = \cos\frac{x}{2}$, $v_3 = \sin\frac{x}{2}$. Si approssimi il vettore $f = 3x + 5$ mediante elementi di Z con errore quadratico medio minimo.

Fino a punti 8

---

3. Si consideri l'equazione differenziale alle derivate parziali

$$y^2\, u_{xx} - (y-1)^2\, u_{yy} = 0.$$

a) Classificare l'equazione e determinarne le linee caratteristiche.
b) Verificare che si può assumere $y = 2$ come linea portante i dati.
c) Determinare $\bar{x}$ tale che, modificando il valore della u in $P(x, 2)$ con $x > \bar{x}$, non cambi il valore di u in $(e, e+1)$.

Fino a punti 8

---

4. Sia Ω il cerchio di centro l'origine e raggio 4 . Determinare la soluzione del Problema di Dirichlet per l'equazine di Laplace

$$\begin{cases} \Delta u = 0 & \text{in } \Omega, \\ u = g & \text{su } \partial\Omega, \end{cases}$$

dove $g = g(\theta) = \sin\theta + \cos 2\theta$.

Fino a punti 8

Tempo: 2.00 ore	spazio riservato alla commissione	1.	2.	3.	4.	totale