M O D. M E T.	cognome e nome	firma
appello del 20 febbraio 2006		

1. Al variare di a e b in $\mathbf{R}$, determinare il valore minimo dell'integrale

$$\int_0^1 |x-(a+b\ln x)|^2\,dx,$$

giustificando tutti i passaggi.

Fino a punti 8

---

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$x^2\,y''-4x\,y'+6y=x^4\,e^x.$$

Fino a punti 8

---

3. Si consideri l'equazione differenziale

$$y'=4y-y^2.$$

Verificare che $\forall\,(x_0,y_0)\in\mathbf{R}\times]0,4[$, la soluzione del corrispondente Problema di Cauchy è definita su tutto $\mathbf{R}$ e di classe C^∞ . Disegnare poi un grafico qualitativo delle linee integrali soluzioni di tale Problema di Cauchy.

Fino a punti 8

---

4. Con il metodo di separazione delle variabili, determinare la soluzione u del problema

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}-9\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}=0 & t>0,\quad 0<x<\pi \\ u_x(0,t)=u_x(\pi,t)=0 & t>0 \\ u(x,0)=\pi-x & 0<x<\pi. \end{cases}$$

Fino a punti 8

Tempo: 3.00 ore	spazio riservato alla commissione	1.	2.	3.	4.	totale