Analisi Matematica 1 - 02/03/23 - Tempo a disposizione: 2h e 30 minuti

Matricola ☐ **Cognome** ☐ **Nome** ☐

Ing. Elettronica e Informatica ☐ **Bioingegneria** ☐ **Ing. Industriale** ☐

A1. Si consideri $f:(2,+\infty)\to\mathbb{R}$ definita da $f(x)=\sqrt{(x-2)^3}$. Scrivere il polinomio di Taylor/McLaurin di ordine 2 della f centrato in $x_o=4$.

A2. Calcolare il valore dei seguenti limiti: $\lim_{x\to+\infty}\left(1-\frac{1}{x}\right)^{7x}$

$\lim_{x\to 1^+} x\left(\frac{\sin(x-1)-\sinh(x-1)}{[\arctan(x-1)]^3}\right)$

A3. Sia $f:(0,+\infty)\backslash\{7\}\to\mathbb{R}$, definita da $f(x)=\frac{x-2}{\ln(\frac{x}{7})}$. Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di f in $x_o=2$

A4.* Dire per quali $\alpha\in\mathbb{R}$ converge la serie $\sum_{n=1}^{+\infty}(e^{n^\alpha}-1)\sqrt[7]{n}$

A5. Sia $w=1+2\,i$. Calcolare $A=\mathcal{R}e\left(\frac{1}{w}+\frac{1}{\overline{w}}\right)$

Con il valore di A trovato, risolvere in $\mathbb{C}$ l'equazione $z^5=A\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{i}{\sqrt{2}}\right)$

A6. Data la funzione $f(x)=\frac{(x-6)^2+1}{(x-6)^2-1}$ per $x\in\mathbb{R}\backslash\{7,5\}$, calcolare inf f e sup f:
Trovare eventuali punti di massimo e minimo e dire se sono punti di massimo e minimo locali o globali:

A7.* Trovare una primitiva di $f(x)=\arctan(2x)+\frac{1}{(x+2)(x+6)}$, per $x>0$.

A8. Trovare la soluzione del problema di Cauchy in $[1,+\infty)$

$$\begin{cases} u'(t)+\frac{7}{t}u(t)=\frac{\cos(t^7)}{t}, \\ u(1)=1. \end{cases}$$

B1. Siano $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ e $x_0\in\mathbb{R}$ tali che $\lim_{x\to x_0} f(x)=L\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Allora $\boxed{\text{A}}$ $f(x_0)=L$. $\boxed{\text{B}}$ Esiste $\delta>0$ tale che $|f(x)|\leq\frac{1}{2}|L|$ per ogni x con $0<|x-x_0|<\delta$. $\boxed{\text{C}}$ Esiste $\delta>0$ tale che $|f(x)|\leq\frac{4}{3}|L|$ per ogni x con $0<|x-x_0|<\delta$. $\boxed{\text{D}}$ Esiste $\delta>0$ tale che $|f(x)|\leq\frac{3}{2}|L|$ per ogni x con $|x-x_0|<\delta$.

B2. * Sia $f:[0,\pi]\to\mathbb{R}$ continua e strettamente positiva in $[0,\pi]$, e $g:[0,\pi]\to\mathbb{R}$ definita da $g(x)=f(x)\cdot\sin x$. Allora $\boxed{\text{A}}$ $\exists x_0\in(0,\pi)$ tale che $g(x_0)<0$. $\boxed{\text{B}}$ Il minimo di g esiste ed è zero. $\boxed{\text{C}}$ Se x_1 è il punto di massimo di g, risulta $g'(x_1)=0$. $\boxed{\text{D}}$ Il massimo di g è assunto in $x_2=\frac{\pi}{2}$.

B3. Sia (a_n) una successione a valori reali negativi tale che $|a_n|\sim\frac{1}{n}$ per $n\to+\infty$. Allora,
$\boxed{\text{A}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty}|a_n|$ converge. $\boxed{\text{B}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty}a_n$ converge. $\boxed{\text{C}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty}\sin^2(a_n)$ converge. $\boxed{\text{D}}$ $\sum_{n=1}^{+\infty}\sin(a_n)$ converge.

B4. Sia $f\colon(a,b)\to\mathbb{R}$ una funzione derivabile in (a,b) e che ha almeno un punto stazionario in (a,b). Allora:
$\boxed{\text{A}}$ f non può essere strettamente monotona. $\boxed{\text{B}}$ f ha un flesso a tangente orizzontale in (a,b). $\boxed{\text{C}}$ $\exists\,\xi\in(a,b)$ tale che $f'(\xi)=0$. $\boxed{\text{D}}$ f ha massimo o minimo in (a,b).

B5. Sia data la successione $\{a_n\}$ con $a_n>0\;\forall\,n\geq1$ e tale che $\lim_{n\to\infty}a_n=L$ finito. Allora $\boxed{\text{A}}$ $L\geq0$. $\boxed{\text{B}}$ $\forall\,\epsilon>0$ risulta $L-a_n<\epsilon$. $\boxed{\text{C}}$ $\forall\,\epsilon>0$ risulta $a_n-L<\epsilon$. $\boxed{\text{D}}$ $L>0$.

B6. Sia $f\colon\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una funzione di classe C^2 e sia $P_2(x,2)=2+x^2$ il suo polinomio di Taylor di grado 2 centrato in $x_0=2$. Allora: $\boxed{\text{A}}$ f è una parabola. $\boxed{\text{B}}$ Non esiste la retta tangente al grafico di f nel punto $(x=2,y=6)$. $\boxed{\text{C}}$ $f'(2)=0$ $\boxed{\text{D}}$ $f(2)=3f''(2)$.

B7.* Sia $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una funzione continua tale che $f(x)\sim e^x$ per $|x|\to+\infty$. Allora $\boxed{\text{A}}$ $\int_0^{+\infty}f(x)dx$ converge. $\boxed{\text{B}}$ $\int_0^{+\infty}\frac{1}{f(x)}dx$ converge. $\boxed{\text{C}}$ $\int_{-\infty}^{+\infty}f(x)dx$ converge. $\boxed{\text{D}}$ $\int_{-\infty}^{0}f(x)dx$ converge.

B8. Sia $f(x)=o\left(x^2\right)$ per $x\to0$. Allora $\boxed{\text{A}}$ $\lim_{x\to0}e^{f(x)}=2$. $\boxed{\text{B}}$ $\lim_{x\to0}\ln(1+f(x))=1$. $\boxed{\text{C}}$ $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{\sin x}=0$. $\boxed{\text{D}}$ $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x^4}=+\infty$.